

Zastosowanie analizy widma wzajemnego w badaniu dynamiki procesów gospodarczych Niemiec

Autor: Wiesław Łuczyński

Abstrakt

Analiza widmowa (spektralna) służy poznaniu struktury harmonicznej szeregów czasowych. Analiza widma wzajemnego jest w istocie połączoną i jednoczesną analizą widma dwóch szeregów. Celem analizy widma wzajemnego jest ustalenie związków i zależności między dwoma szeregami występujących w różnych częstotliwościach.

Widmo fazowe produkcji przemysłowej, zatrudnienia i prognozy koniunktury produkcji przemysłowej Niemiec wykazuje liniową dodatnią zależność dla niskich częstotliwości (dla których obserwujemy duże wartości kwadratu koherencji). Sugeruje to, że zmiany długich fal w zatrudnieniu oraz w prognozach koniunktury produkcji przemysłowej wyprzedzają odpowiednie zmiany w dynamice produkcji przemysłowej Niemiec. Podobną zależność obserwujemy w przypadku widma fazowego indeksu DAX i bezrobocia. Natomiast w przypadku widma fazowego DAX i cen dóbr przemysłowych zależność liniowa jest ujemna, co wskazuje na opóźnienie zmian cen dóbr przemysłowych względem zmian indeksu giełdowego DAX.

Dla dużych wartości kwadratu koherencji obserwujemy ujemną liniową zależność przesunięcia fazowego widma, co sugeruje opóźnienie faz produkcji cementu względem wskaźników koniunktury w budownictwie w obszarze niskich częstotliwości.

Przeprowadzona analiza widma wzajemnego wykazała, że w badanym okresie dynamika produkcji przemysłowej Niemiec oraz dynamika indeksu giełdowego DAX korelują z dynamiką wybranych procesów gospodarczych w różnych częstościach cyklu koniunkturalnego. Można zatem mówić o przejawach skorelowanych zachowań cyklicznych. Na szczególne pokreślenie zasługuje wyjawienie zróżnicowanych przesunięć fazowych oraz wzmocnienia zarówno w niskich, jak i wysokich częstościach wahań cyklicznych badanych szeregów czasowych w gospodarce niemieckiej. Analiza widma wzajemnego może być zatem efektywnym narzędziem wspomagającym konstruowanie barometrów koniunktury, polityki stabilizacji czy ożywienia koniunktury gospodarczej.

Słowa kluczowe: widmo, kospektrum, kwadrat koherencji, amplituda mieszana, kąt fazowy.

JEL: C32, E32

Wprowadzenie

Oszacowanie widma procesu stochastycznego na podstawie danych szeregu czasowego nazywa się analizą widmową (spektralną). Punktem wyjścia tej analizy jest periodogram, który wskazuje wagę reprezentacji częstotliwościowej poszczególnych fal w empirycznym szeregu czasowym. Periodogram został po raz pierwszy

wprowadzony przez A. Schustera w 1898 roku w celu wyjawienia periodyczności ukrytej w meteorologicznych szeregach czasowych (Schuster 1898). Właściwa funkcja gęstości widmowej sprowadza się w istocie do procedury wygładzenia periodogramu.

Analiza widmowa (spektralna, ang. *spectral analysis*) służy poznaniu struktury harmonicznej szeregów czasowych. Polega ona na

dekompozycji szeregu czasowego na kilka funkcji sinus i cosinus o różnych okresach. Terminy „widmo”, „spektrum” przejęte zostały przez ekonomię z chemii: przepuszczenie białego światła słonecznego przez pryzmat pozwala odseparować składniki cykliczne o różnych okresach. W wyniku otrzymujemy spektrum. Dzięki temu można zidentyfikować pierwiastki będące źródłami światła gwiazd. Identyfikując podstawowe składniki cykliczne światła gwiazd, można ustalić skład materii gwiazdnej. Analiza widma szeregu czasowego jest swoistym „pryzmatem”, przez który „przepuszczany” jest dany szereg w celu ustalenia jego okresowości, amplitudy i ich wkładu w dynamikę szeregu. Dzięki takiej analizie odkryć można w danym szeregu czasowym kilka cykli o różnych okresach i amplitudach, o różnym wkładzie w ogólną dynamikę szeregu. Ich połączenie w jeden szereg nadaje jemu cechy „białego” szumu o płaskim widmie¹.

Analiza widma wzajemnego jest w istocie połączoną i jednoczesną analizą widma dwóch szeregów. Celem analizy widma wzajemnego jest ustalenie związków i zależności (korelacji, kowariancji, koincydencji) między dwoma szeregami występujących w różnych ich częstotliwościach. Przykładowo aktywność gospodarcza może oddziaływać na oceny stanu obecnej (diagnozy) i przyszłej (prognozy) koniunktury gospodarczej w przemyśle i w budownictwie, a także na koniunkturę giełdową. Ogólny rytm przemysłu i budownictwa będzie pośrednio związany z konsumpcją takich dóbr i usług jak energia elektryczna, gaz, benzyna, transport, cement itp. (Fouet 1981: 13–14), a zatem z dynamiką produkcji energii elektrycznej, cementu, samochodów, stali i in. Na wskaźniki diagnozy i prognozy aktywności w przemyśle i w budownictwie będą wpływać indeksy dynamiki sfery realnej, handlu zagranicznego i koniunktury giełdowej. Na indeksy giełdowe będą oddziaływać dane makroekonomiczne dotyczące sprzedaży, zatrudnienia, bezrobocia, eksportu, importu, cen. Jeśli tak, to gdybyśmy poddali szereg dynamiki produkcji przemysłowej Niemiec, indeksu giełdowego DAX, diagnozy i prognozy w przemyśle i w budownictwie analizie widma wzajemnego, łącznie z danymi produkcji wybranych gałęzi,

¹ Analizie widmowej poświęcone są klasyczne już prace (Blackman, Tukey 1959), (Granger, Hatanaka 1964), (Jenkins, Watts 1968), (Brigham 1974), (Koopmans 1974), (Brillinger 1975), (Bloomfield 1976), (Childers 1978), (Pristley 1981), (Elliot, Rao 1982), (Thomson 1982), (Kesler 1986), (Talaga, Zieliński 1986), (Marple 1987), (Kay 1988), (Shumway 1988), (Wei 1989), (Cohen 1995), (Naidu 1996), (Stoica, Moses 1997).

zatrudnienia, bezrobocia, wielkości sprzedaży, cen, handlu zagranicznego, to moglibyśmy zwerfikować, czy ogólna aktywność gospodarcza rzeczywiście koreluje z aktywnością wymienionych obszarów gospodarczych w określonych częstościach cyklu koniunkturalnego i czy w badanym obszarze można mówić o przejawach skoordynowanych (skorelowanych) zachowań cyklicznych.

Proces dwuwymiarowy $\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}$, $t \in N$ traktujemy jako stacjonarny, jeżeli każda jego składowa jest jednowymiarowym procesem stacjonarnym, tzn. $cov(x_s, y_{s+j}) = cov(x_t, y_{t+j}) \forall (s, t, j)$.

Funkcję autokowariancji stacjonarnego dwuwymiarowego procesu $\Gamma(j)$ definiujemy jako

$$\Gamma(j) = \begin{bmatrix} \gamma_{xx}(j) & \gamma_{xy}(j) \\ \gamma_{yx}(j) & \gamma_{yy}(j) \end{bmatrix},$$

gdzie $\gamma_{xx}(j) = cov(x_t, x_{t-j})$, $\gamma_{yy}(j) = cov(y_t, y_{t-j})$, $\gamma_{xy}(j) = cov(x_t, y_{t-j})$, $\gamma_{yx}(j) = cov(y_t, x_{t-j})$.

Jeżeli

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{xy}(j)|, \sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_{yx}(j)| < \infty,$$

wówczas funkcję

$$f(\omega) = \begin{bmatrix} f_{xx}(\omega) & f_{xy}(\omega) \\ f_{yx}(\omega) & f_{yy}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega j} \Gamma(j)$$

nazywać będziemy widmem (spektrum) lub funkcją gęstości widmowej (spektralnej) procesu dwuwymiarowego. Elementy przekątnej funkcji $f(\omega)$ to właśnie gęstość widmowa jednowymiarowego procesu x_t i y_t , $t \in N$, natomiast funkcje

$$f_{yx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{yx}(j) e^{-i\omega j}$$

to funkcje wzajemnej gęstości widmowej (ang. *cross spectral density*).

Widmo procesu jednowymiarowego f_{xx} lub f_{yy} można przeformułować na model strukturalny. Dekompozycja oryginalnego szeregu na podstawowe funkcje sinus i cosinus o różnych częstotliwościach sprowadzałaby się w tym modelu do problemu regresji wielorakiej, gdzie zmienną zależną jest obserwowany szereg czasowy, a zmiennymi niezależnymi są funkcje sinus o wszystkich możliwych (dyskretnych) częstotliwościach. Analiza widmowa ustali korelację funkcji sinus i cosinus o różnej częstotliwości z obserwowanymi danymi. Jeśli zostanie stwierdzona duża korelacja (duża wartość współczynnika przy sinusie lub cosinusie), można wnioskować, że w danych istnieje silna okresowość o danej częstotliwości.

Widmo wzajemne f_{xy} można zapisać we współrzędnych kartezjańskich: Funkcje rzeczywiste $cxy(\omega)$ oraz $qxy(\omega)$ to odpowiednio gęstość

kospektralna i gęstość kwadraturowa. Możemy zapisać, że $R_{xy}(\omega) \geq 0$ oraz $-\rho < f_{xy}(\omega) < \rho$. Funkcja rzeczywista $R_{xy}(\omega)$ oraz $f_{xy}(\omega)$ to, odpowiednio, amplituda mieszana (ang. *amplitude spectrum* lub *gain*) i przesunięcie fazowe (widmo fazowe, kąt fazowy, ang. *phase spectrum*). Kowariancję x_t i y_t można obliczyć jako całkę funkcji gęstości kospektralnej. Kospektrum w częstotliwości ω wskazuje, jaka część kowariancji jest „odpowiedzialna” za wahania o częstotliwości ω . Kospektrum może przyjmować wartości dodatnie w pewnych częstotliwościach i wartości ujemne w innych.

Amplituda widma mierzy siłę liniowej zależności szeregów x_t i y_t w poszczególnych częstotliwościach. Amplitudę mieszaną można interpretować jako miarę kowariancji między odpowiednimi składnikami okresowymi w dwóch szeregach. Miarą danej zależności jest funkcja kwadraturowa koherencji (gęstość kwadraturowa, ang. *squared coherence function*):

$$\rho_{xy}^2(\omega) = \frac{R_{xy}^2(\omega)}{f_{xx}(\omega)f_{yy}(\omega)} = \frac{|f_{xy}(\omega)|^2}{f_{xx}(\omega)f_{yy}(\omega)},$$

przy czym

$$\rho_{xy}^2(\omega) = \rho_{yx}^2(\omega).$$

Kwadrat koherencji można interpretować podobnie do kwadratu współczynnika korelacji, tzn. wartość koherencji jest kwadratem korelacji między składnikami cyklicznymi w dwóch szeregach dla danej częstotliwości. Jednakże wartości koherencji nie powinno się interpretować samych w sobie; na przykład kiedy oceny gęstości widmowej w obu szeregach są bardzo małe, możemy otrzymać duże wartości koherencji (mianownik w obliczeniach wartości koherencji będzie bardzo mały), nawet jeśli składniki cykliczne w którymkolwiek z szeregów w danej częstotliwości nie są silne.

Widmo fazowe ustala, czy i na ile x_t , $t \in N$ poprzedza lub jest opóźnione względem y_t , $t \in N$, dla różnych częstotliwości. Jeżeli dane procesy nie są wzajemnie skorelowane, tzn. gdy

$$\gamma_{xy}(j) = 0 \quad \forall j,$$

$$f_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega j} \gamma_{xy}(j) = 0.$$

W programie *Statistica* przesunięcie fazowe oblicza się jako cotangens stosunku oceny gęstości kwadraturowej do oceny gęstości mieszanej. Oceny przesunięcia fazowego (zazwyczaj określanego grecką literą γ) są miarami stopnia, w jakim każdy składnik częstotliwości jednego szeregu wyprzedza drugi.

Ważnym elementem w analizie widma wzajemnego jest wzmocnienie y_t (zmienna zależna)

względem x_t (zmienna niezależna) i, odwrotnie, x_t względem y_t . Wartość wzmocnienia oblicza się przez podzielenie wartości amplitudy mieszanej przez oceny gęstości widmowej dla jednego z dwóch szeregów w analizie. Oczywiście oblicza się dwie wartości wzmocnienia, które można zinterpretować jako standardowe współczynniki regresji (uzyskane metodą najmniejszych kwadratów) dla danych częstotliwości.

Metody badawcze

We wstępnym „wybieleniu” danych miesięcznych (ang. *prewhitening*, 543 danych z okresu styczeń 1969 – marzec 2013, liczonych jako miesiąc do analogicznego miesiąca roku poprzedniego, poza danymi Ifo-Institut diagnozy i prognozy koniunktury w przemyśle i budownictwie), 23 szeregów czasowych Niemiec – w celu usunięcia z danych oryginalnych składowej trendu stochastycznego – wykorzystano filtr Hodricka-Prescotta (w programie *gretl* 1.9.91cvs, ang. *GNU, Regression, Econometric and Time-series Library*). Uzyskane dane poddano procedurze standaryzacji w programie *Statistica* (StatSoft Inc. 2011)². Standaryzacja polegała na zamianie wartości wybranych zmiennych przez ich tzw. wartości standaryzowane obliczane jako: wartość standaryzowana = (wartość zmiennej - średnia) : (odchylenie standardowe). Następnie w badaniu stacjonarności zestandaryzowanych danych wykorzystano w programie *gretl* procedurę testu Dickey-Pantula autorstwa U. Rodrigueza Ramireza³. Dane poddano także rozszerzonemu testowi R/S (Hurst) (ang. *range scale analysis*) na istnienie pamięci krótkotrwałej (ang. *short-range memory*). Odrzucenie hipotezy zerowej oznaczało przyjęcie hipotezy alternatywnej o występowaniu w testowanym szeregu pamięci długookresowej (ang. *long-range memory*). Zmodyfikowany test R/S A.W. Lo zastosował D. Ventosa-Santaulària (ModRS-test) w programie *gretl* (Lo 1991).

² STATISTICA, version 10. www.statsoft.com.

³ Choć stochastyczne własności wielu ekonomicznych szeregów czasowych zostały w literaturze wystarczająco dobrze opisane jako procesy zintegrowane w stopniu pierwszym I(1), niektóre szeregi lepiej traktować jako procesy I(2). Rozważając problem testowania na istnienie podwójnego pierwiastka jednostkowego, D. Dickey i S. G. Pantula zaproponowali procedurę testowania, przyjmując dla hipotezy zerowej możliwie największą liczbę pierwiastków jednostkowych, a następnie obniżając ją przy każdym kolejnym odrzuceniu hipotezy zerowej (Dickey, Pantula 1987), (Pantula 1989).

Częstym przypadkiem jest „przeciekanie” wariacji właściwej określonej częstotliwości do częstotliwości sąsiadujących z daną. Wynika to stąd, że żadna z częstotliwości wynikających z obliczeń funkcji gęstości widmowej nie „trafia” dokładnie w daną częstotliwość. Periodogram może wykazywać duże wartości dla dwóch sąsiednich częstotliwości, podczas gdy w rzeczywistości występuje tylko jedna silna podstawowa funkcja sinus lub cosinus o częstotliwości, która znajduje się pomiędzy tymi, co wynika z długości szeregu i liczby obliczeń funkcji gęstości widmowej. W literaturze przedmiotu spotyka się trzy metody podejścia do problemu przeciekania:

1. przez odpowiednie wydłużenie lub skrócenie szeregu czasowego tak, aby można było zastosować do danych precyzyjniejszy wykaz częstotliwości,
2. przez temperowanie⁴ szeregu, co pozwoli zredukować przeciekanie oraz
3. przez wygładzanie periodogramu, co ujawni częstotliwości mające istotny wkład w strukturę harmoniczną szeregu.

Aby zredukować przeciekanie, w niniejszej pracy zastosowano przed analizą widmową procedurę temperowania oraz wygładzania periodogramu. Proces *temperowania podzielonego dzwonu cosinusoidy* (ang. *split-cosine-bell tapering*) jest transformacją szeregu poprzedzającą właściwą analizę widmową. Transformacja ta została uzasadniona przez P. Bloomfielda (Bloomfield 1976: 80-94). Określona część danych (proporcja p , przyjęliśmy $p=15\%$) na początku i na końcu szeregu została pomnożona przez wagi:

$$wt = 0.5 * \{1 - \cos[p * (t - 0.5) / m]\} \quad (\text{dla } t=0 \text{ do } m-1)$$

$$wt = 0.5 * \{1 - \cos[p * (N - t + 0.5) / m]\} \quad (\text{dla } t=N-m \text{ do } N-1)$$

gdzie m zostało wybrane tak, że $(2 * m) : N$ jest równą proporcją danych, które mają zostać temperowane (p). W naszym przypadku $m=41$ ($N=542$, liczba danych powinna być parzysta).

Analizując rzeczywiste dane, zazwyczaj nie dążymy do jak najdokładniejszego zidentyfikowania częstotliwości poszczególnych funkcji sinus lub cosinus. Z uwagi na to, że wartości periodogramu podlegają znacznym wahaniom losowym, zderzamy się raczej z problemem nadmiaru „szczytów” periodogramu. W takim przypadku staramy się znaleźć częstotliwości o największych *gęstościach widmowych*, to znaczy przedziały częstotliwości

składające się z wielu bliskich częstotliwości mających największy wkład w ogólną strukturę harmoniczną (wariancję) szeregu. Osiąga się to przez wygładzenie wartości periodogramu przy pomocy ważonej średniej ruchomej. Okno średniej ruchomej ma szerokość m (musi to być liczba nieparzysta). W pracy zastosowano okno widmowe E. Parzena (Parzen 1961) (zauważmy, że $p = (m-1)/2$), w którym dla każdej częstotliwości wagi dla ważonej średniej ruchomej wartości periodogramu oblicza się jako:

$$w_j = 1 - 6 * (j/p)^2 + 6 * (j/p)^3, \quad (0 \leq j \leq p/2)$$

$$w_j = 2 * (1 - j/p)^3, \quad (p/2 < j \leq p)$$

$$w_j = 0, \quad (j > p).$$

Wszystkie funkcje wag przypiszą największą wagę obserwacji znajdującej się w środku okna i , stopniowo, coraz mniejsze wagi wartościom, które znajdują się dalej od środka (zauważmy, że moduł *szeregów czasowych* w programie *Statistica* wystandaryzuje wagi tak, aby się sumowały do 1).

Badaniu poddane zostały następujące szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (okres = P , liczba danych = D ; poza danymi koniunkturalnymi dane przedstawione zostały jako indeksy łańcuchowe: miesiąc do miesiąca roku poprzedniego): Dane uzyskane zostały z miesięcznika Statistisches Bundesamt „Wirtschaft und Statistik” oraz z publikacji testów koniunktury w przemyśle i budownictwie Ifo-Institut für Wirtschaftsforschung in Monachium.

Badania empiryczne

Wyniki uzyskane w module *gretl* DFP (*double unit root*) wskazują (z 1% prawdopodobieństwem popełnienia błędu) na stacjonarność wszystkich badanych szeregów czasowych:
? DFP(hp_dax)

Model 1: OLS, using observations 1969:03-2014:03 (T = 541)

Dependent variable: y1

coefficient std. error t-ratio p-value

y2 -0.774735 0.0419624 -18.46 2.30e-059 ***

Mean dependent var -0.000733 S.D. dependent var 0.390403

Sum squared resid 50.45503 S.E. of regression 0.305672

R-squared 0.386968 Adjusted R-squared 0.386968

F(1, 540) 340.8674 P-value(F) 2.30e-59

Log-likelihood -125.9286 Akaike criterion 253.8573

⁴ Zob. (McCoy, Walden, Percival 1998), (Mitra, Kaiser 1993), (Percival, Constantine 2005), (Percival, Walden 1993), (Riedel, Sidorenko 1995), (Thomson 1982), (Walden 1989).

Tab. 1. Wybrane miesięczne szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (1969–2014)

Lp	Szereg czasowy	P	D	Symbol
1	Indeks giełdowy DAX	1969–2014	543	dax (=DAX)
2	Wydobycie węgla kamiennego	1969–2013	543	coal
3	Produkcja stali	1969–2013	543	steel
4	Produkcja cementu	1969–2013	543	cement
5	Produkcja energii elektrycznej	1969–2013	543	electri
6	Produkcja samochodów osobowych	1969–2013	543	cars
7	Produkcja przemysłowa ogółem	1969–2013	543	prod
8	Produkcja dóbr inwestycyjnych	1969–2013	543	inv
9	Produkcja surowców	1969–2013	543	row
10	Produkcja dóbr konsumpcyjnych	1969–2013	543	consum
11	Obroty przemysłu (nominalnie)	1969–2013	543	turn_n
12	Obroty przemysłu (realnie)	1969–2013	543	turn_r
13	Dynamika cen dóbr przemysłowych	1969–2013	543	cen_dyn
14	Wolne miejsca pracy	1969–2013	543	vacan
15	Zatrudnienie w przemyśle	1969–2013	543	employ
16	Bezrobocie ogółem	1969–2013	543	unemploy
17	Eksport	1969–2013	543	export
18	Import	1969–2013	543	import
19	Prognoza koniunktury w przemyśle	1969–2013	543	pr_prz
20	Diagnoza koniunktury w przemyśle	1969–2013	543	d_prz
21	Prognoza cen dóbr przemysłowych	1969–2013	543	pr_cen
22	Prognoza koniunktury w budownictwie	1969–2013	543	pr_bud
23	Diagnoza koniunktury w budownictwie	1969–2013	543	d_bud

Źródło: opracowanie własne

Schwarz criterion 258.1507 Hannan-Quinn
255.5363

rho 0.006147 Durbin-Watson
1.985809

=====

double unit root Test
=====

Null Hypothesis: two unit roots, $\gamma \sim I(2)$

Test Statistic = -18.4626
p-value = 2.85916e-037

? DFP(hp_prod)
Model 1: OLS, using observations 1969:03-

2014:03 (T = 541)
Dependent variable: y1

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
y2	-1.37152	0.0399581	-34.32	7.92e-138 ***

Mean dependent var -0.000432 S.D. dependen-
dent var 1.206274

Sum squared resid 246.9587 S.E. of regression
0.676262

R-squared 0.685704 Adjusted R-squared
0.685704

F(1, 540) 1178.126 P-value(F) 7.9e-138

Log-likelihood -555.5201 Akaike criterion
1113.040

Schwarz criterion 1117.334 Hannan-Quinn
1114.719

rho -0.074620 Durbin-Watson
2.148784

=====

double unit root Test
=====

Null Hypothesis: two unit roots, $\gamma \sim I(2)$

Test Statistic = -34.3238
p-value = 1.17455e-022

Wyniki zmodyfikowanej analizy przeskalowane-
go zakresu Lo [Lo, A. (1991)] uzyskane w module
gretl ModRS-test pozwalają na odrzucenie (z 1%

prawdopodobieństwem popełnienia błędu) hipotezy zerowej o występowaniu we wszystkich badanych szeregach czasowych pamięci krótkookresowej na rzecz hipotezy alternatywnej o istnieniu pamięci długookresowej:
 ? ModRS_test(hp_dax, 8, 1)

Lo's(1991) Modified R/S (Hurst) Test

Null hypothesis: short-range memory
 Alternative hypothesis: long-range memory

Note: this function uses the built-in function Irvar to compute the long-run variance (Irvar)

Lo's modified R/S statistic: 0.28108

Critical values: 0.721 and 2.098
 Ho rejected at 1 percent

? ModRS_test(hp_prod, 8, 1)

Lo's modified R/S statistic: 0.42237
 Ho rejected at 1 percent

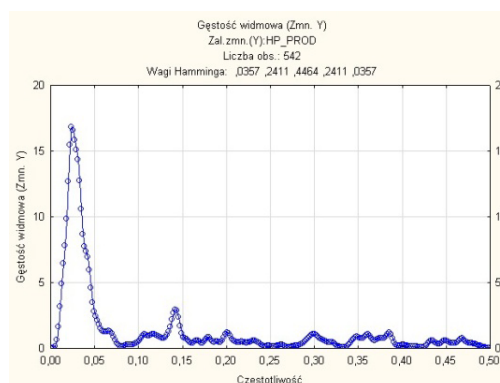
? ModRS_test(hp_inv, 8, 1)

Lo's modified R/S statistic: 0.47226
 Ho rejected at 1 percent

Gęstość widmowa zmiennych zależnych dynamik produkcji przemysłowej i indeksu giełdowego DAX wskazuje na dominację cyklu 42-miesięcznego w obu szeregach, 7-miesięcznego cyklu produkcji przemysłowej oraz 25- i 8-miesięcznego cyklu indeksu giełdowego DAX. Istotność częstotliwości szczytów widma badanych szeregów czasowych potwierdza test na istotność częstotliwości periodogramu w programie Gretl zaproponowany przez Tomasza Strykowski (Strykowski 2013: 147).

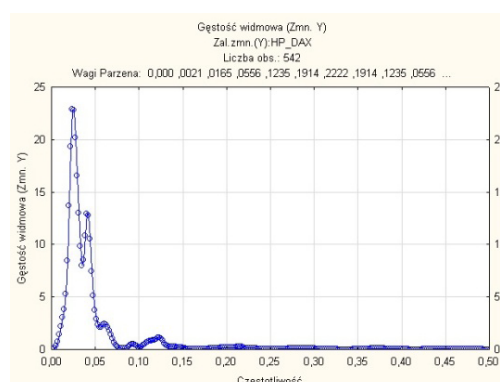
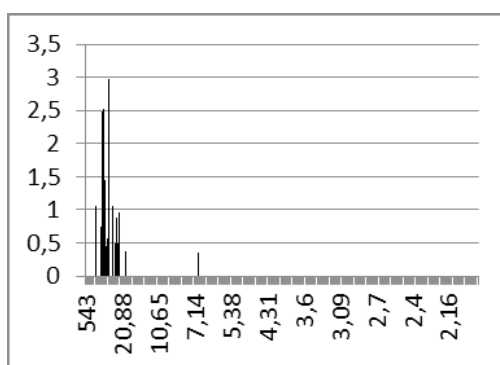
Kwadrat koherencji zmiennych niezależnych oraz dynamiki produkcji przemysłowej dla niskich częstotliwości przyjmuje większe wartości niż dla częstotliwości wysokich (rys. 5–6). Przeciwnie dla indeksu giełdowego DAX, kwadrat koherencji wykazuje większe wartości dla częstotliwości wysokich (rys. 7–8).

Gęstość kospektralna dla zmiennych zależnych (produkcja przemysłowa, indeks DAX) ma zbliżony przebieg dla niskich częstotliwości. Różnice są widoczne dla częstotliwości wysokich. Wartości gęstości kospektralnej produkcji przemysłowej i zmiennych niezależnych są z reguły większe od wartości gęstości kospektralnej indeksu giełdowego DAX i tych zmiennych. Nie dotyczy to jednak prognoz i diagnoz koniunktury



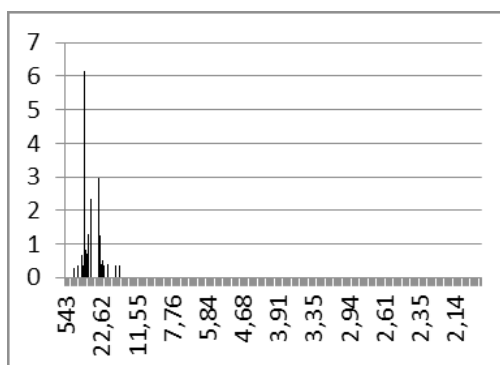
Rys. 1–2. Gęstość widmowa i istotne częstotliwości periodogramu (prawy wykres) produkcji przemysłowej Niemiec (prod, 1969/01 – 2014/03)

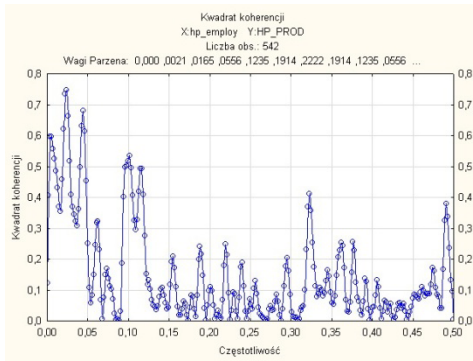
Źródło: opracowanie własne



Rys. 3-4. Gęstość widmowa i istotne częstotliwości periodogramu (prawy wykres) indeksu giełdowego DAX (dax, 1969/01 – 2014/03)

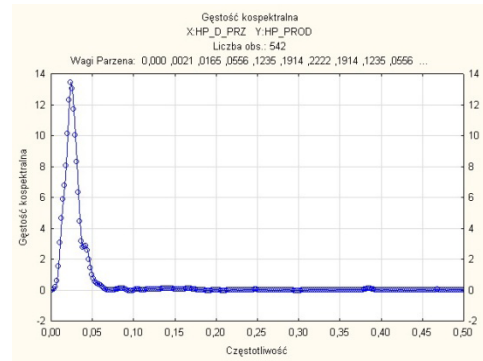
Źródło: opracowanie własne





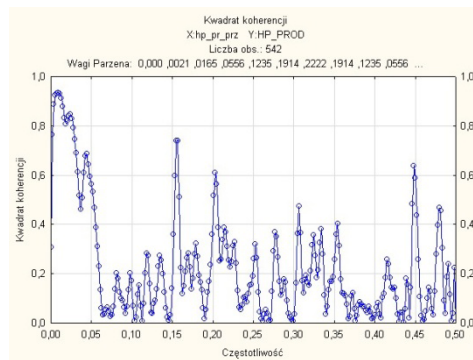
Rys. 5–6. Kwadrat koherencji produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz zatrudnienia i prognozy koniunktury produkcji przemysłowej Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

Źródło: opracowanie własne



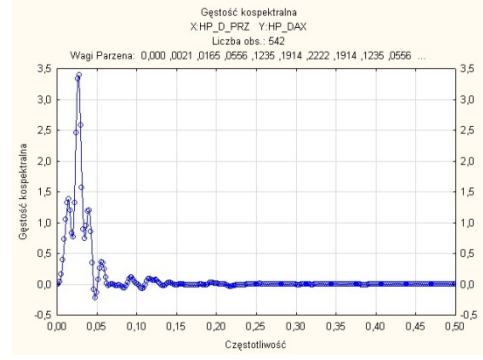
Rys. 9–10. Gęstość kospektralna produkcji przemysłowej i DAX (zmiennie zależne) oraz diagnozy koniunktury w przemyśle w Niemczech (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

Źródło: opracowanie własne



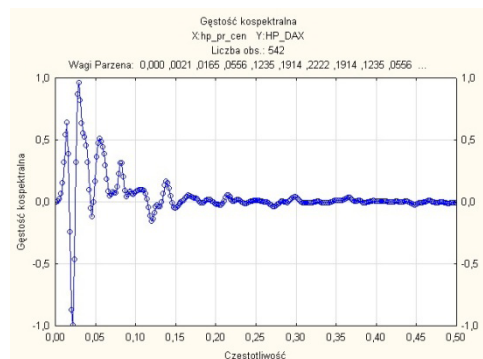
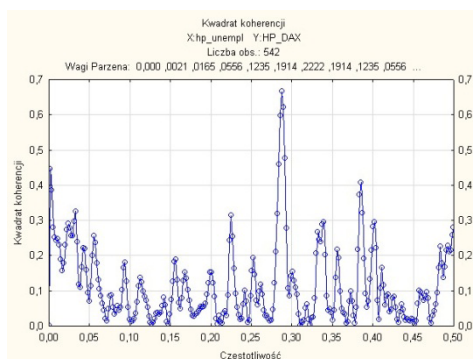
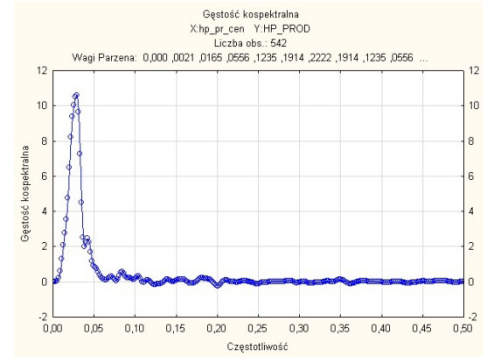
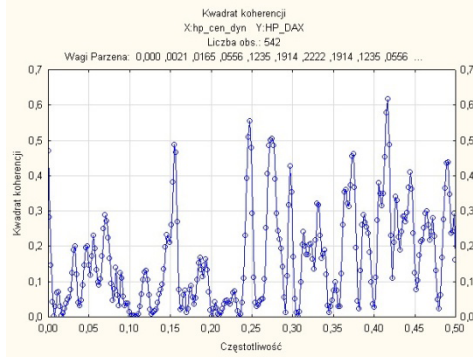
Rys. 7–8. Kwadrat koherencji DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki cen dóbr przemysłowych i bezrobocia w Niemczech (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

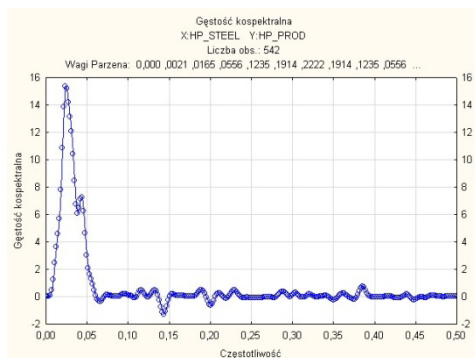
Źródło: opracowanie własne



Rys. 11–12. Gęstość kospektralna produkcji przemysłowej i DAX (zmiennie zależne) oraz prognozy cen dóbr przemysłowych w Niemczech (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

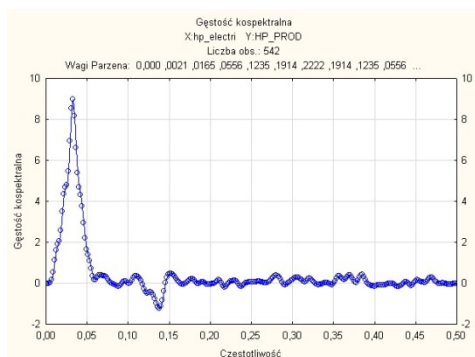
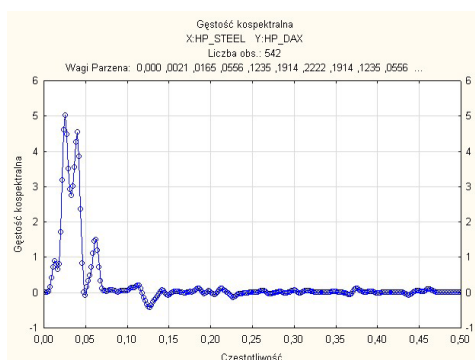
Źródło: opracowanie własne





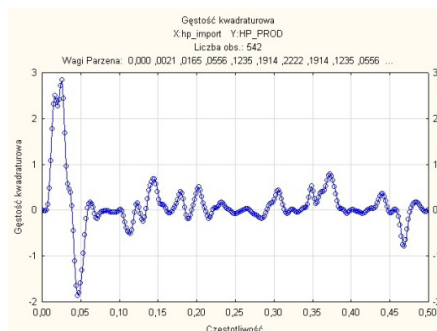
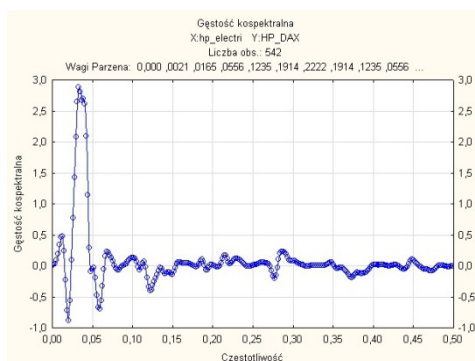
Rys. 13–14. Gęstość kospektralna produkcji przemysłowej i DAX (zmiennie zależne) oraz produkcji stali w Niemczech (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

Źródło: opracowanie własne



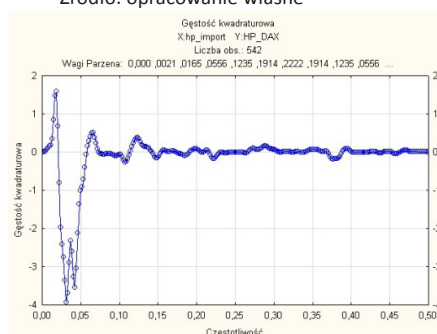
Rys. 15–16. Gęstość kospektralna produkcji przemysłowej i DAX (zmiennie zależne) oraz produkcji energii elektrycznej w Niemczech (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03)

Źródło: opracowanie własne



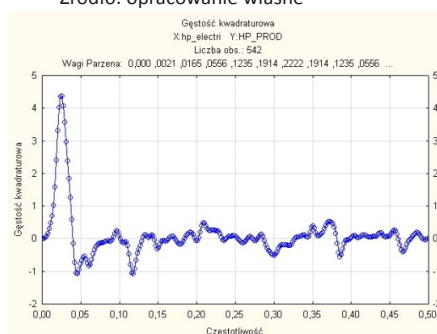
Rys. 18. Gęstość kwadraturowa produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz dynamiki importu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



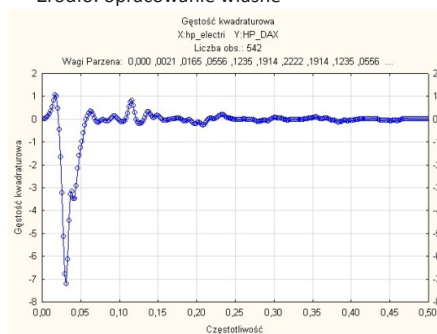
Rys. 19. Gęstość kwadraturowa DAX (zmiennie zależna) oraz dynamiki importu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



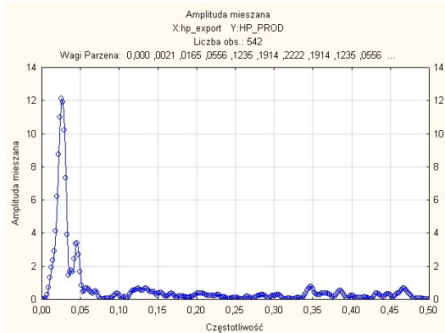
Rys. 20. Gęstość kwadraturowa produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz produkcji energii elektrycznej Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



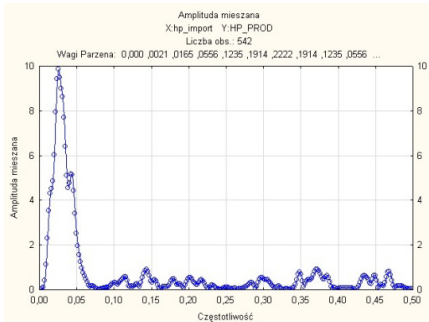
Rys. 21. Gęstość kwadraturowa DAX (zmiennie zależna) oraz produkcji energii elektrycznej Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



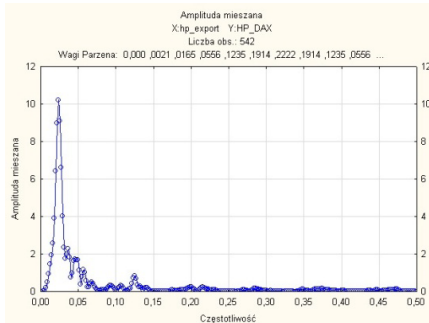
Rys. 22. Amplituda mieszana produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz eksportu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



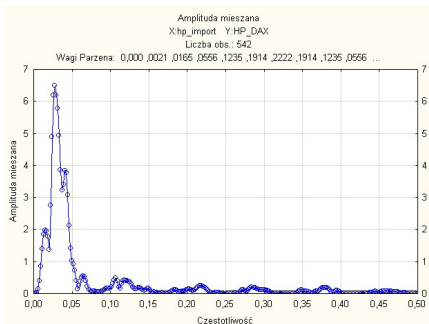
Rys. 23. Amplituda mieszana produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz importu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



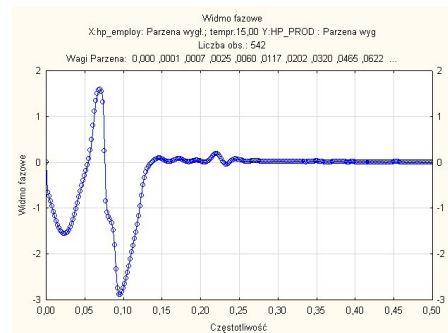
Rys. 24. Amplituda mieszana DAX (zmienna zależna) oraz eksportu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne



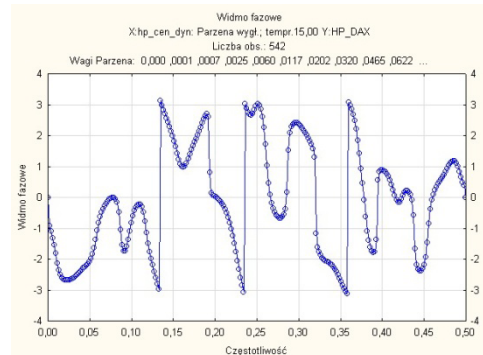
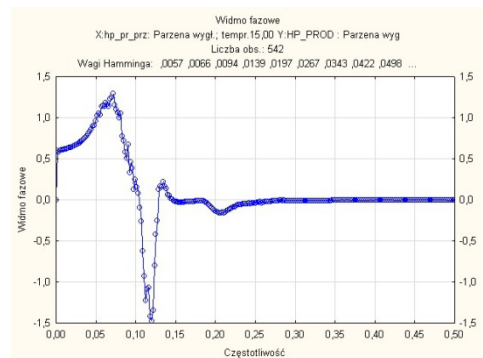
Rys. 25. Amplituda mieszana DAX (zmienna zależna) oraz importu Niemiec (dane miesięczne 1969/01 – 2014/03).

Źródło: opracowanie własne

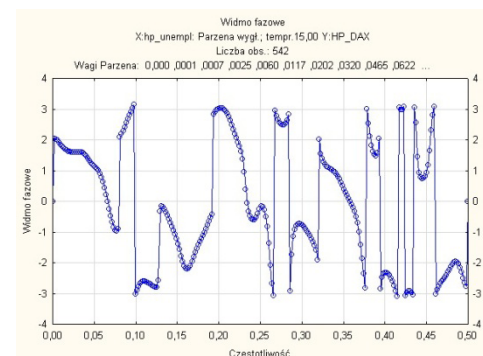


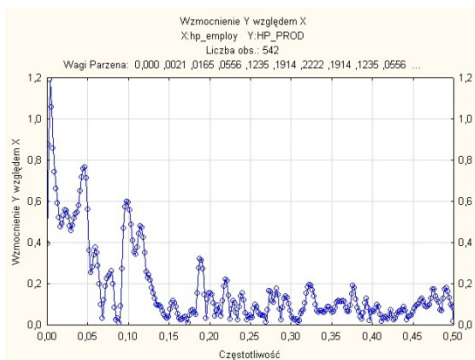
Rys. 26–27. Widmo fazowe produkcji przemysłowej (zmienna zależna) oraz zatrudnienia i prognozy koniunktury produkcji przemysłowej Niemiec (dane miesięczne wygładzone 1969/01 – 2014/03)

Źródło: opracowanie własne



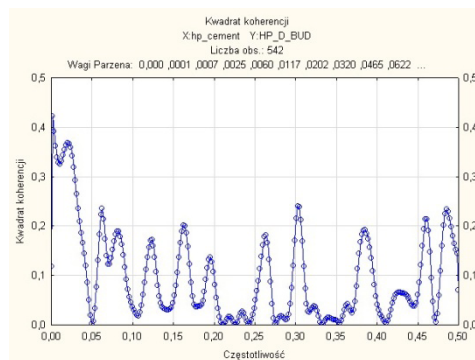
Rys. 28–29. Widmo fazowe DAX (zmienna zależna) oraz dynamiki cen dóbr przemysłowych i bezrobocia w Niemczech (dane miesięczne wygładzone 1969/01 – 2014/03)





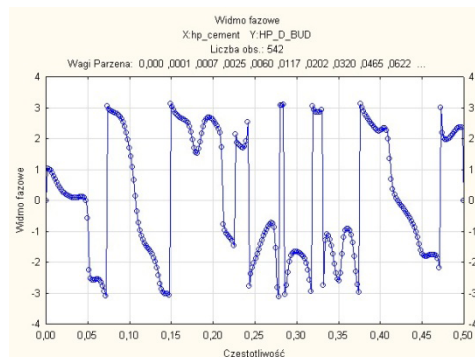
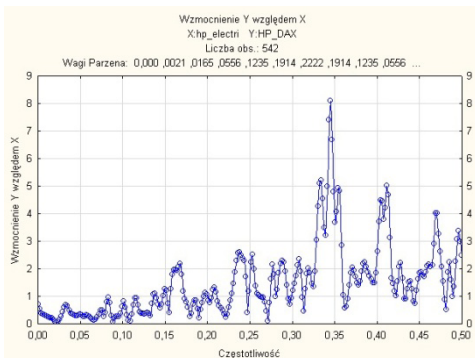
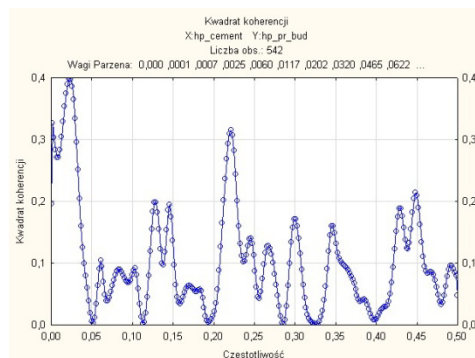
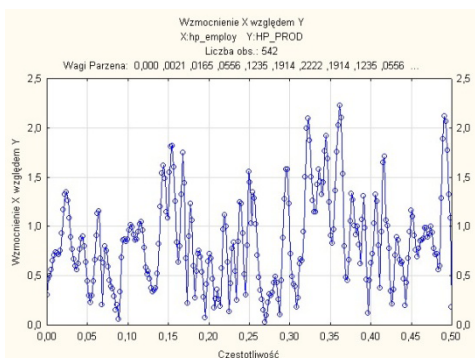
Rys. 31–32. Wzmocnienie produkcji przemysłowej względem zatrudnienia (lewy wykres) i zatrudnienia względem produkcji przemysłowej (prawy wykres)

Źródło: opracowanie własne



Rys. 35–36. Kwadrat koherencji diagnozy (lewy wykres) i prognozy (prawy wykres) budownictwa (zmiennie zależne) oraz produkcji cementu (zmienna niezależna) w Niemczech (1969/01 – 2014/03, szerokość okna Parzena = 27)

Źródło: opracowanie własne

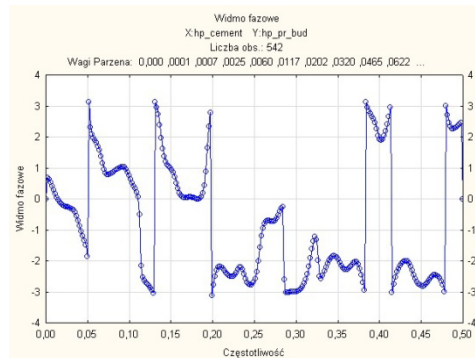
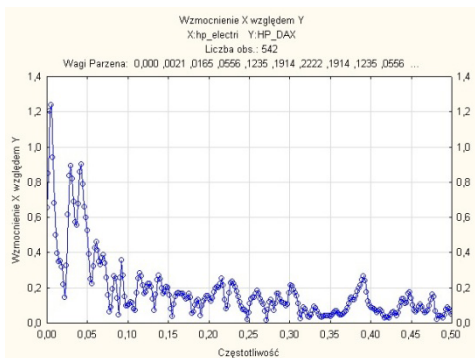


Rys. 33–34. Wzmocnienie DAX względem produkcji energii elektrycznej (lewy wykres) i produkcji energii elektrycznej względem DAX (prawy wykres)

Źródło: opracowanie własne

Rys. 37–38. Widmo fazowe diagnozy (lewy wykres) i prognozy (prawy wykres) budownictwa (zmiennie zależne) oraz produkcji cementu (zmienna niezależna) w Niemczech (1969/01 – 2014/03, szerokość okna Parzena = 27)

Źródło: opracowanie własne



w budownictwie, prognoz koniunktury w przemyśle oraz wydobycia węgla i produkcji cementu (w niskich częstotliwościach).

Liczby zespolone składające się na widmo wzajemne mogą zostać podzielone na część rzeczywistą i urojoną. Wygładzając je, można uzyskać, odpowiednio, gęstość mieszaną i gęstość kwadraturową. Pierwiastek kwadratowy sumy kwadratów wartości gęstości mieszanych i gęstości kwadraturowych nazywa się amplitudą mieszaną. Amplitudę mieszaną natomiast można interpretować jako miarę kowariancji między odpowiednimi składnikami okresowymi w dwóch szeregach.

Amplituda mieszaną produkcji przemysłowej i DAX oraz eksportu, importu (i pozostałych zmiennych niezależnych) wskazuje na względnie wysoką kowariancję w niskich częstotliwościach (w porównaniu z kowariancją dla częstości wysokich).

Widmo fazowe produkcji przemysłowej, zatrudnienia i prognozy koniunktury produkcji przemysłowej Niemiec wykazuje liniową i dodatnią zależność dla niskich częstotliwości (dla których obserwujemy duże wartości kwadratu koherencji). Sugeruje to, że zmiany (względnie) długich fal w zatrudnieniu oraz w prognozach koniunktury produkcji przemysłowej wyprzedzają odpowiednie zmiany w dynamice produkcji przemysłowej Niemiec. Jest to wyraźnie widoczne w przebiegu widma fazowego dla danych wygładzonych. Podobną zależność obserwujemy w przypadku widma fazowego DAX i bezrobocia (o najwyższym kwadracie koherencji w częstotliwości 0,287823 odpowiadającej okresowi 3,474354 miesiąca). Natomiast w przypadku widma fazowego DAX i cen dóbr przemysłowych (kwadrat koherencji osiąga wartości maksymalne w częstotliwościach 0,154982, 0,247232, 0,274908, 0,374539, 0,416974 o okresach odpowiednio około 6,45, 4,05, 3,66, 2,67 i 2,40 miesiąca) zależność liniowa jest ujemna, co wskazuje na opóźnienie zmian cen dóbr przemysłowych względem zmian indeksu giełdowego DAX.

Ważnym uzupełnieniem widma fazowego są wskaźniki wzmocnienia zmiennej zależnej względem zmiennych niezależnych i, odwrotnie, zmiennych niezależnych względem zmiennej zależnej w określonych częstotliwościach.

Wskaźniki wzmocnienia badanych szeregów czasowych przyjmują z reguły wysokie wartości w niskich częstotliwościach produkcji przemysłowej względem większości zmiennych niezależnych i w wysokich częstotliwościach zmiennych niezależnych względem produkcji przemysłowej (rys. 31–32). Natomiast wzmocnienie dynamiki indeksu giełdowego DAX względem zmiennych

niezależnych jest większe dla wysokich częstości i w niskich częstościach dla zmiennych niezależnych względem DAX (rys. 33–34).

Analiza widma wzajemnego w badaniach koniunktury w przemyśle powinna być uzupełniona o analizę widma wzajemnego w budownictwie, transporcie, handlu, zużycia energii elektrycznej, produkcji nośników energii w ogóle. Wynika to ze znaczenia tych sfer jako warunków funkcjonowania całej gospodarki. Zmiany w dynamice budownictwa wyprzedzają zmiany dynamiki produkcji przemysłowej. Indeksy budownictwa są dobrym wskaźnikiem wyprzedzającym kształtowanie się koniunktury gospodarczej. Taki wniosek weryfikuje analiza widma wzajemnego prognozy i diagnozy budownictwa (zmiennie zależne) i dynamiki produkcji cementu w Niemczech w latach 1969–2014 (dane miesięczne, szerokość okna Parzena = 5).

Maksymalne wartości funkcji gęstości widmowej zmiennej zależnej diagnozy koniunktury w budownictwie występują dla fal o okresach 67,75, 41,69 i 12,04 miesiąca, natomiast prognozy koniunktury w budownictwie dla wahań o okresach 41,69 i 12,04 miesiąca. Kwadrat koherencji dynamiki produkcji cementu i diagnozy oraz prognozy koniunktury w budownictwie jest większy w niskich częstościach (odpowiadających okresom odpowiednio 49,27 i 45,17 miesiąca). Dla dużych wartości kwadratu koherencji obserwujemy ujemną liniową zależność przesunięcia fazowego widma, co sugeruje opóźnienie faz produkcji cementu względem wskaźników koniunktury w budownictwie w obszarze niskich częstotliwości. Jedynie w przedziale częstości 0,25–0,255 (diagnoza) i 0,25–0,30 (prognoza) można mówić o opóźnieniu wskaźników koniunktury w budownictwie względem produkcji cementu (dla wahań o okresach od 4,0 do 3,33 miesiąca).

Wskaźniki wzmocnienia przyjmują wysokie wartości w niskich częstościach diagnozy koniunktury w budownictwie względem produkcji cementu i w wysokich częstościach produkcji cementu względem diagnozy koniunktury w budownictwie. Wzmocnienie wahań prognozy koniunktury w budownictwie względem indeksów dynamiki produkcji cementu jest większe dla wysokich częstości i słabsze dla niskich oraz, przeciwnie, względnie słabsze dla wysokich i większe dla niskich w odniesieniu do dynamiki produkcji cementu względem prognozy koniunktury w budownictwie.

Wnioski

Przeprowadzona analiza widma wzajemnego wykazała, że w badanym okresie dynamika

produkcji przemysłowej Niemiec oraz dynamika indeksu giełdowego DAX korelowała z dynamiką wybranych obszarów gospodarczych w różnych częstościach cyklu koniunkturalnego. Można zatem mówić o przejawach skorelowanych zachowań cyklicznych. Na szczególne pokreślenie zasługuje wyjawienie zróżnicowanych przesunięć fazowych oraz

wzmocnienia zarówno w niskich, jak i w wysokich częstościach wahań cyklicznych badanych szeregów czasowych w gospodarce niemieckiej. Analiza widma wzajemnego może być zatem efektywnym narzędziem wspomagającym konstruowanie barometrów koniunktury, polityki stabilizacji czy ożywienia koniunktury gospodarczej.

Bibliografia

Baillie R. T., *Long memory processes and fractional integration in econometrics*, „Journal of Econometrics” nr 73, 1996, s. 5–59.

Banerjee A., Urga G. (2004), *Modelling Structural Breaks, Long Memory and Stock Market Volatility: An Overview*, CEA@Cass Working Paper Series, WP-CEA-07-2004, <http://www.cass.city.ac.uk/cea/index.html> (17.08.2014).

Beran J. (1994), *Statistics for long memory processes*, Chapman and Hall, New York.

Blackman R. B., Tukey J.W. (1959), *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communication Engineering*, Dover, New York.

Bloomfield P. (1976), *Fourier analysis of time series: An introduction*, Wiley, New York.

Brigham E.O. (1974), *The fast Fourier transform*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Brillinger D. R. (1975), *Time series: Data analysis and theory*, Holt, Rinehart & Winston, New York.

Childers D. G. (Ed.) (1978), *Modern Spectrum Analysis*, IEEE Press, New York.

Cohen L. (1995), *Time-Frequency Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Deo R., Hsieh M., Hurvich C.M. (2005), *Tracing the Source of Long Memory in Volatility*, <http://129.3.20.41/eps/em/papers/0501/0501005.pdf>, s. 1–38 (25.08.2014).

Dickey D., Pantula S. (1987), *Determining the order of differencing in autoregressive processes*, „Journal of Business and Economic Statistics”, nr 15, s. 455–461.

Elliott D.F., Rao K.R. (1982), *Fast transforms: Algorithms, analyses, applications*, Academic Press, New York.

Fouet M. (1981), *Analyser la conjoncture*, Hatier, Paris.

Geweke J., Porter-Hudak S. (1983), *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*, „Journal of Time Series Analysis”, nr 4, s. 221–228.

Hurst H. E. (1951), *Long-term Storage of Reservoirs*, „Transactions of the American Society of Civil Engineers”, nr 116, s. 770–799.

Jenkins G. M., Watts D.G. (1968), *Spectral analysis and its applications*, Holden-Day, San Francisco.

Kay S. M. (1988), *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Kesler S. B. (Ed.) (1986), *Modern Spectrum Analysis II*. New York, IEEE Press.

Koopmans L. H. (1974), *The Spectral Analysis of Time Series*, New York, Academic Press.

Lo A. W. (1991), *Long-Term Memory in Stock Market Prices*, „Econometrica”, nr 59(5), s.1279–1313.

Long memory and nonlinear time series, (Eds) Davidson J., Terasvirta T.T. (2002), „Journal of Econometrics”, nr 110, Issue 2, s. 105–437.

Łuczynski W. (1998), *Analiza dynamiki procesów gospodarczych Niemiec w latach 1949–1996*, Wyd. AE, Poznań.

Łuczynski W. (2007), *Estymacja mocy gęstości spektralnej za pomocą algorytmu cyfrowej analizy widmowej MUSIC [w:] Handel i finanse międzynarodowe w warunkach globalizacji* (red. J.Schroeder, B. Stępień), Wyd. AEP, Poznań, s. 137–148.

Łuczynski W., *The long memory dynamics of the market quotations of selected Stock Companies and Warsaw Stock Index*, „Poznań University of Economics Review”, 2007, vol. 7, nr 1 s. 21–55.

Łuczynski W., *Zastosowania analizy harmonicznej i spektralnej oraz analizy przeskalowanego*

zakresu w badaniu realnych cykli koniunkturalnych, „*Ekonomista*”, 1998, nr 5–6, s. 629–647.

Marple L. (1987), *Digital Spectral Analysis with Applications*, Prentice Hall, New Jersey, Englewood Cliffs, NJ.

Mitra S. K., Kaiser J. (1993), *Handbook for Digital Signal Processing*, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Naidu P. S. (1996), *Modern Spectrum Analysis of Time Series*, CRC Press, Boca Raton, FL.

Pantula S. G. (1989), *Testing for Unit Roots in Time Series Data*, „*Econometric Theory*”, Vol. 5, nr 2, s. 256–271.

Parzen E. (1961), *Mathematical Considerations in the Estimation of Spectra*, „*Technometrics*”, v. 3, nr 2, s. 167–190.

Percival D. B., Constantine W.L.B. (2005), *Exact Simulation of Gaussian Time Series from Nonparametric Spectral Estimates with Application to Bootstrapping*, „*Journal of Computational and Graphical Statistics*”, accepted for publication.

Percival D. B., Walden A. (1993), *Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques*, Cambridge University Press, Cambridge.

Priestley M. B. (1981), *Spectral analysis and time series*, Academic Press, New York.

Rinne H., Specht K. (2002), *Zeitreihen. Statistische Modellierung, Schätzung und Prognose*, Verlag Franz Vahlen, München.

Robinson P. M. (2003), *Long memory time series*, w: *Time Series with Long Memory*, (ed.) Robinson P. M., Oxford University Press, Oxford.

Riedel K. S., Sidorenko A., *Minimum bias multiple taper spectral estimation*, „*IEEE Transactions on Signal Processing*”, nr 43, 1995, s. 188–195.

Schuster A., *On the Investigation of Hidden Periodicities with Application to a Supposed*

26-Day Period of Meteorological Phenomena, „*Terr. Mag. Atmos. Elect.*”, nr 3, 1998, s. 13–41.

Shumway R. H. (1988), *Applied statistical time series analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Stock J. H., Watson M. W., *Business cycle fluctuations in US macroeconomic time series*, „*NBER Working Paper Series*”, nr 6528, 1998.

Stoica P., Moses R. L. (1997), *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Strykowski T. (2013), *Implementacja testu na istotność poszczególnych częstości periodogramu w programie GRETL [w:] Metody i zastosowania ekonometrii współczesnej* (Red. naukowa M. Koško), Wyd. Uczelniane WSiE TWP, Olsztyn, s. 145–158.

Syczewska E. M. (2002), *Analiza relacji długookresowych: estymacja i weryfikacja*, SGH w Warszawie, Warszawa.

Talaga L., Zieliński Z. (1986), *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa.

Thomson D. J., *Spectrum estimation and harmonic analysis*, „*Proceedings of the IEEE*”, nr 72(9), 1982, s. 1055–1096.

Walden A. T., *Accurate Approximation of a 0th Order Discrete Prolate Spheroidal Sequence for Filtering and Data Tapering*, „*Signal Processing*”, nr 18, 1989, s. 341–348.

Wei W. W. (1989), *Time series analysis: Univariate and multivariate methods*, Addison-Wesley, New York.

Weron A., Weron R. (1998), *Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku*, WNT, Warszawa.

Zieliński T. P. (2007), *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa.

Application of cross-spectral analysis to research in dynamics of economic processes in germany

Abstract

Spectral analysis serves recognition of harmonic structure of time series. Cross-spectral analysis is in fact a joint and simultaneous spectral analysis of two time series. Establishing connections and relations between two time series appearing in different frequencies is the aim of cross-spectral analysis.

The phase spectrum (phase shift) of the industrial production, the employment and the forecast of the economic activity of the industrial production of Germany demonstrate the linear and positive relation for low frequencies (in which we observe considerable values for the squared coherency). It would suggest that the changes of long waves in the employment and in forecasts of the economic activity of industrial production remain ahead of the appropriate changes in the dynamics of industrial production of Germany. We observe a similar relationship in case of the phase DAX spectrum and unemployment. However, in case of the phase DAX spectrum and prices of industrial goods the linear relationship is negative, which suggests lag changes in prices of industrial goods in relation to changes of a DAX share index.

For considerable values of the squared coherency we observe a negative linear relation of the phase spectrum of two time series which suggests lag phases of manufacture of cement in relation to economic activity indicators in the construction in the area of low frequencies.

The carried out cross-spectral research shows that in the analyzed period the dynamics of industrial production of Germany and the dynamics of DAX share index are correlated with the dynamics of chosen economic processes in different frequencies of trade cycle. It is possible then to talk about symptoms of correlated cyclical behaviors. Revealing the diversified phase spectrums and gains in low as well as in high frequencies of cyclical fluctuations, the examined time series in German economy deserves special attention. Therefore, cross-spectral analysis can be an effective tool supporting the process of constructing barometers of economic activity, the policy of stabilization or economic recovery.

Keywords: spectrum, cross-spectrum, squared coherency, cross-amplitude, phase spectrum.